# MATEMATICA IN VILLA 2014

**Thiene 7 maggio 2014**

**SOLUZIONI**

### 1. PASSATEMPI MATEMATICI [0958]

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 9 | - | 5 | + | 8 | =12 |
| x | | + | | x | |
| 1 | + | 2 | + | 3 | =6 |
| x | | + | | + | |
| 4 | + | 6 | + | 7 | =17 |
| =36 | | =13 | | =31 | |

### 2. SCHERZI AL RATATOUILLE [1000]

Scriviamo i numeri decimali in frazioni ed eseguiamo la somma:

$$\frac{0,\bar{1}}{0,1}+\frac{0,\bar{2}}{0,2}+\frac{0,\bar{3}}{0,3}+\ldots+\frac{0,\bar{9}}{0,9}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{10}}+\frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{10}}+\frac{\frac{3}{9}}{\frac{3}{10}}+\ldots+\frac{\frac{9}{9}}{\frac{9}{10}}=\frac{10}{9}+\frac{10}{9}+\ldots+\frac{10}{9}=9\cdot\frac{10}{9}=10$$

### 3. I FORMAGGI MANCANTI [0055]

Per risolvere il problema possiamo scrivere i numeri del tipo $13k+3$ e quelli del tipo $7h+6$ (minori di 100) alla ricerca di un valore comune:

$\{x \mid x=13k+3, k\in\mathbb{N}\}=\{16,29,42,55,68,81,94\ldots\}$

$\{x \mid x=7h+6,\ h\in\mathbb{N}\}=\{13,20,27,34,41,48,55,62,69,76,83,90,97,\ldots\}$

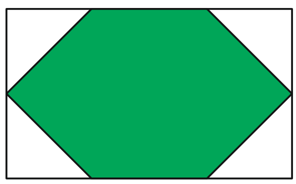
Il valore comune è $55$.

### 4. PROBLEMI DI LIEVITAZIONE... [0080]

Possiamo risolvere il problema impostando a proporzione $12:150\%=x:100\%$ dalla quale si ricava

$$x=\frac{100\cdot 12}{150}=8\text{ cm}=80\text{ mm}$$

### 5. ... E DI TOVAGLIE! [6400]



L'area del tavolo è di $80\cdot 120=9600\text{ cm}^2$. Le parti non ricoperta dalla tovaglia sono 4 triangolo rettangoli isosceli di lato pari a metà del lato corto del tavolo e quindi di area $A=\frac{40\cdot 40}{2}=800\text{ cm}^2$. L'area della parte coperta dalla tovaglia è $A_T=9600-4\cdot 800=6400\text{ cm}^2$.

### 6. PRELIBATEZZE AL RATATOUILLE [0027]

In totale il critico ha speso $3\cdot 21=63$ €. Se la zuppa cosa $x$ e l'anatra $2x$ la loro media è $\frac{3}{2}x$.

L'equazione $\frac{3}{2}x=27$ € ci dice che $x=18$ € e quindi $2x=36$ € Il prezzo della torta è $63-18-36=9$ €

Zuppa e torta assieme costano $18+9=27$ €.

**7. IL CONTABILE [0118]**
Se la media tra $5$ numeri è $100$, allora la loro somma è $5 \cdot 100 = 500$. Analogamente se la media tra $3$ numeri è $88$, la loro somma è $3 \cdot 88 = 264$. La somma dei due numeri eliminati è $500 - 264 = 236$ dunque la loro media è $\frac{236}{2} = 118$.

**8. UNA DISPENSA DI … TRAPPOLE! [0013]**
Lo schema risolto presenta 13 mine (indicate nella figura con X)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | X | O | O | 1 | 1 | 1 | X |
| 3 | X | 2 | O | X | 1 | O | 1 |
| X | 3 | O | O | O | O | 2 | O |
| 2 | X | O | 1 | X | X | O | X |
| O | 2 | O | O | O | 5 | X | 3 |
| 1 | X | 1 | 0 | 1 | X | X | 2 |

**9. IL GOLOSO EMILE [0007]**
Rappresentiamo i risultati possibili del lancio di due dadi in un diagramma, evidenziando i casi in cui Emile vince:
Vi sono in tutti 36 casi, di cui 6 favorevoli.
La probabilità è $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | X | | | | | |
| **2** | | X | | | | |
| **3** | | | X | | | |
| **4** | | | | X | | |
| **5** | | | | | X | |
| **6** | | | | | | X |

**10. QUESTIONE DI UOVA [1310]**
Per ottenere il minimo, dobbiamo usare più contenitori da sei uova possibile, per il massimo dobbiamo usare quelli da quattro, con il vincolo, in entrambi i casi di usarli entrambi.
Il massimo lo otteniamo usando 12 contenitori da quattro ed 1 solo da sei.
Il minimo lo otteniamo con 7 contenitori da 6 e tre da 4.

**11. IL LADRO DI SACHER [2468]**
Albert: “Il colpevole sono io.” (mente-innocente)
Bernard: “Ho visto Hilbert mentre mangiava la torta.”
Carlos: “Gonzales dice la verità.”
Damian: “Fernando è innocente.”
Emile: “Lasciate stare tutti…. Il colpevole sono io!”
Fernando: “Il colpevole è Bernard o Hilbert.”
Gonzales: “Credete a me: Damian mente.”
Hilbert: “Albert e Damian sono innocenti.”

Supponiamo che A. dica la verità. Ne segue che B. mente; D dice la verità; E mente; F mente; G mente e H mente. Ci sono 5 ratti che mentono. Ciò non è possibile. Ne segue che A mente, e quindi A è innocente.

Supponiamo ora che E. dica la verità. Ne segue che lui è il colpevole; A sappiamo dal ragionamento precedente che sta mentendo; B mente, perché il colpevole è E; D dice il vero, F mente, G mente e di conseguenza anche C mente. Ci sono 5 ratti che mentono. Assurdo. Ne segue che anche E non è colpevole e quindi mente.

Supponiamo che B stia dicendo la verità. Sappiamo che A e E stanno mentendo. D,F e H stanno dicendo la verità, mentre C e G stanno mentendo. 4 ratti mentono e 4 dicono la verità.
Se invece B stesse mentendo, oltre ad A, B ed E ci sarebbe un solo altro mentitore. Non può essere C (mentirebbe anche G), e dunque nemmeno G. Ma se G dice la verità allora è D il quarto mentitore, dunque il colpevole è F, in questo modo, però, anche F sarebbe mentitore, e ciò è impossibile.

Il colpevole è dunque Hilbert e i ratti che dicono la verità sono B=2, D=4, F=6 e  H=8.

**12. IL SEGRETO DI GUSTEAU [0047]**
La minor differenza la si ottiene da $412-365=47$.
Il ragionamento da seguire è il seguente: per le cifre delle centinaia devo usare due cifre consecutive. Per le altre due cifre, il minuendo dovrà avere i più piccoli valori possibili ($12$), mentre il sottraendo dovrà essere il valore più grande possibile ($65$).

**13. BUON COMPLEANNO EMILE! [0072]**
Dividendo le dimensioni per 2 possiamo calcolare direttamente i pezzi in cui viene suddivisa la torta: $10\times5\times4$. Ora eliminando lo strato superiore e i due strati laterali (2 per lato), ci rimangono i soli pezzi della torta che non sono stati glassati: $8\times3\times3=72$

**14. IL GRANDE PREMIO [1051]**
Procediamo per casi. Il valore più grande che può assumere $x$ è $2$, visto che $3^3=27>10$.
Se $x=2$ l'equazione diventa $y^2+z=2$. Il valore più grande per $y$ è $1$. Vi sono due soluzioni possibili: $(2,1,1)$ e $(2,0,2)$.
Se $x=1$ l'equazione diventa $y^2+z=9$. Il valore più grande per $y$ è $3$. Vi sono quattro soluzioni possibili: $(1,3,0)$, $(1,2,5)$, $(1,1,8)$ e $(1,0,9)$.
Se $x=0$ l'equazione è $y^2+z=10$. Il valore più grande per $y$ è $3$. Vi sono quattro soluzioni possibili: $(0,3,1)$, $(0,2,6)$, $(0,1,9)$ e $(0,0,10)$.

Le soluzioni sono 10 e i valori $z$ sommati danno $51$.

**15. W LA CIOCCOLATA [0023]**

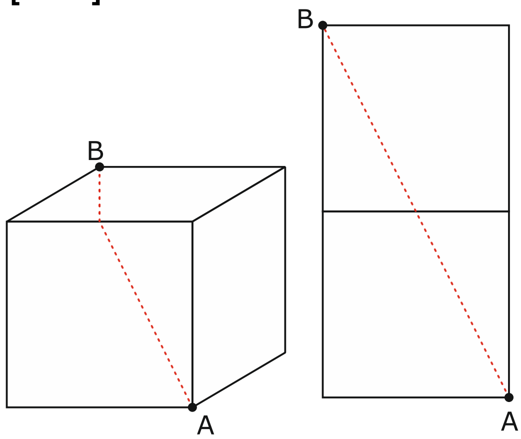
*Prima soluzione*
Il problema chiede di eseguire la seguente operazione:
$2+4+6+.....+46-(1+3+5+.....+45)=$
Riorganizzando il calcolo possiamo scrivere:
$(2-1)+(4-3)+(6-5)+.....+(46-45)=23$

*Seconda soluzione*
Conoscendo le formule per la somma dei primi $n$ numeri pari: $2+4+6+...+2n=n(n+1)$
e dei primi $n$ numeri dispari: $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ possiamo calcolare:
$2+4+6+.....+46=23\cdot24$
$1+3+5+.....+45=23^2$

Da cui per differenza otteniamo 23 , soluzione del problema.

**16. LE SPEZIE DI COLETTE [0024]**
Posizioniamo prima di tutto lo zafferano è il peperoncino nelle due caselle centrali. Abbiamo 2 possibilità o mettiamo prima lo zafferano e poi il peperoncino o facciamo il contrario. Ora abbiamo 2 possibilità per la cannella che può essere messa ad una estremità della mensola o all'altra. I restanti 3 posti possiamo riempirli come preferiamo ( $3!=6$ modi possibili).
In totale abbiamo $2\cdot2\cdot6=24$ possibili distribuzioni delle spezie.

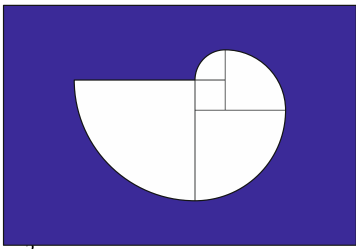
**17. LA FUGA [2236]**




Sviluppando il percorso sul piano il percorso più breve risulta essere la diagonale di un rettangolo di lati $10 \text{ cm}$ e $20 \text{ cm}$ che possiamo calcolare grazie al Teorema di Pitagora.

$AB = \sqrt{100+400} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \cong 22,361 \text{ m} = 2236,1 \text{ cm}$

**18. LA CONCHIGLIA SULLA TOVAGLIA [2456]**



L'area della conchiglia è data dalla somma tra l'area del quadratino centrale, più l'area dei quattro quarti di circonferenza di raggio crescente.
Il primo raggio è pari al lato del quadrato ($10 \text{ cm}$), il secondo è pari al doppio del lato del quadrato ($20 \text{ cm}$), il terzo è il triplo ($30 \text{ cm}$) così come il quarto è il quadruplo ($40 \text{ cm}$).

$$A_{Conchiglia} = 10^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 10^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 20^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 30^2 + \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 40^2 = 100 + 750\pi \cong 2456,2 \text{ cm}^2$$

**19. IL NUOVO CONO GELATO [5000]**

Se il cono ha raggio di base $r$ e altezza $h$ il suo volume è dato da $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

La parte che deve essere riempita di cioccolata ha raggio di base $\frac{r}{2}$ e altezza $\frac{h}{2}$, ed ha volume $V_C = \frac{1}{3}\left(\frac{r}{2}\right)^2 \frac{h}{2} = \frac{1}{24}\pi r^2 h$, cioè $\frac{1}{8}$ del volume totale.

La quantità di cioccolato fuso richiesto è $\frac{1}{8}\cdot 40 \text{ cm}^3 = 5 \text{ cm}^3 = 5000 \text{ mm}^3$

**20. SCHERZI IN CUCINA [0612]**
*Prima soluzione*
Se ciascuno dei tre codici è un numero formato da due cifre uguali, significa che ognuno è multiplo di 11 e, pertanto, il loro prodotto 93.170 è multiplo di $11^3 = 1331$
A questo punto è sufficiente dividere 93.170 per 1331 e trovare come risultato il numero 70; essendo $70 = 2\cdot 5\cdot 7$, i tre codici sono: 22 - 55 - **77**.

*Seconda soluzione*
Si procede alla scomposizione in fattori primi del numero 93.170; dalla scomposizione si ottiene: $93.170 = 2\cdot 5\cdot 7\cdot 11^3$ per cui è evidente che, fra i divisori del 93.170, c'è solo la terna: 22, 55 e **77** che risponde alle condizioni del problema.