

MATEMATICA IN VILLA 2013 - SOLUZIONI
Caldogno 27 aprile 2013

1. BALZI DA GATTO [0617]

Trasformando tutti i dati in metri, otteniamo

$$1000 \text{ m} + 2000 \text{ dm} + 3000 \text{ cm} + 4000 \text{ mm} = 1000 \text{ m} + 200 \text{ m} + 30 \text{ m} + 4 \text{ m} = 1234 \text{ m} .$$

Al Gatto con gli Stivali servono $1234 : 2 = 617$ salti.

2. NUMERI IN CASELLA [0007]

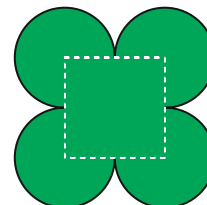
La somma di $32 + 20 = 52$ è ottenuta sommando le cinque caselle verticali e le cinque orizzontali. La cifra d'angolo compare due volte in questa somma.

Siccome la somma delle 9 cifre dà 45, nell'angolo deve trovarsi la cifra $52 - 45 = 7$

3. IL GIARDINO DI FIONA [0037]

Dalla figura si osserva che il perimetro del giardino è formato da 3 circonferenze complete di

raggio $\frac{1}{8}$ del perimetro del quadrato.



La misura del perimetro del giardino è $3 \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 16\right) = 12\pi \cong 37,698$

4. SPECCHIO SPECCHIO DELLE MIE BRAME [0028]

Procediamo per casi:

Usando solo la cifra 6 vi sono i numeri 6, 60 e 600.

Usando 5 e 1 ci sono i numeri 15, 51, 105, 150, 501 e 510.

Usando 4 e 2 ci sono i numeri 24, 42, 204, 240, 402 e 420.

Usando 4,1 e 1 ci sono solo i numeri 114,141 e 411.

Usando 3 e 3 ci sono i numeri 33, 303 e 330.

Usando 3,2 e 1 ci sono i numeri 123, 132, 213, 231, 312 e 321.

Rimane un'ultima possibilità data dal numero 222.

In totale vi sono 28 numeri.

5. CALCOLI [5162]

Per risolvere il problema è sufficiente svolgere i calcoli:

Si osserva subito che $A=5$, $B=1$, $C=6$ e $D=2$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & 2 & 9 & A & 0 & 3 & 1 & x \\
 & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & 3 & 4 & 2 & = \\
 \hline
 & & & 5 & 8 & 2A & 0 & 6 & 2 & & & \\
 & 1 & 1 & 6 & 4A & 1 & 2 & 4 & - & & & \\
 & 8 & 7 & 3A & 0 & 9 & 3 & - & - & & & \\
 \hline
 B & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & C & 0 & D & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

6. FATTORIZZAZIONE MISTERIOSA [1250]

Osserviamo che dopo aver diviso per X e poi per Y siamo passati da XYZ a XY . Abbiamo diviso per 10 il numero di partenza.

Ci restano 2 possibilità: $X = 2$ e $Y = 5$ o viceversa.

Calcoliamo $2^3 \cdot 5 = 40$ non è un numero di 3 cifre, questa possibilità è da scartare.

$5^3 \cdot 2 = 250$ è la nostra soluzione.

$$\begin{array}{r}
 XYZ \mid X \\
 VXY \mid Y \\
 XY \mid Y \\
 Y \mid Y \\
 1 \mid
 \end{array}$$

La fattorizzazione cercata è

$$\begin{array}{r}
 250 \mid 2 \\
 125 \mid 5 \\
 25 \mid 5 \\
 5 \mid 5 \\
 1 \mid
 \end{array}$$

7. PORCELLINI DISPETTOSI [3455]

Giorno zero:	SF	1F 1S
Primo giorno:	FSF	2F 1S
Secondo giorno:	SFFSF	3F 2S
Terzo giorno	FSFSFFSF	5F 3S

Senza bisogno di continuare la sequenza di numeri segue la regola di Fibonacci: partendo da 0 e 1 si procede sommando sempre i due valori precedenti: 0-1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89...

Il numero di S dell'ottavo giorno sarà 34 mentre le F saranno 55

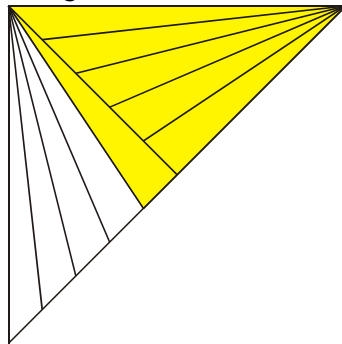
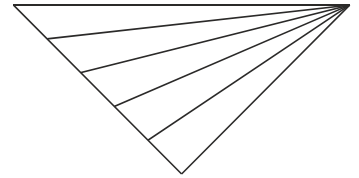
8. PASSATEMPI PER IL GATTO [0080]

Consideriamo solo un quarto di quadrato:

Su questo quarto si possono contare 5 triangoli da 1, 4 da 2, 3 da 3, 2 da 4 ed uno da 5;

$$1+2+3+4+5=15.$$

A questi dobbiamo aggiungere quelli che si formano aggiungendo uno alla volta i triangoli vicini:



In totale 5 altri triangoli.

Il tutto va moltiplicato per 4 per un totale di 80 triangolini.

9. TIRO CON L'ARCO [0049]

Il totale dei punti ottenuti con 8 tiri è di $85 \cdot 8 = 680$.

Dopo il nono tiro, questo totale diventa $81 \cdot 9 = 729$.

Il nono tiro ha colpito il punteggio $729 - 680 = 49$

10. SPESE FOLLI [5308]

Se Fiona ha acquistato x maglie, $6x$ pantaloni e y giacche e in tutto ha speso 60 ducati, x e y sono soluzioni intere di $2x + 6x + 2,5y = 60$, equazione che possiamo riscrivere come $16x + 5y = 120$. Si osserva che 5 divide sia 120 che $5y$ e quindi deve dividere anche $16x$. Ne segue che $x = 5$ e $y = 8$.

Fiona ha comprato 5 maglie, 30 pantaloni e 8 giacche.

11. TRE ORCHETTI VIVACI [0010]

Per il criterio di divisibilità per 3, un suo multiplo avrà somma delle cifre pari a 3, 6 o 9 (eventualmente continuando a sommare le cifre fino ad ottenerne una sola).

2 e 4 non sono multipli di 3.

Usando due cifre, 24 e 42 sono le uniche possibilità.

Usando 3 cifre, possiamo ottenere multipli di 3 solamente usando tre 2 e tre 4. (222 e 444).

Usando 4 cifre si ottengono multipli di 3 usando due cifre 2 e due cifre 4 in tutti i modi possibili:

2244, 2424, 2442, 4224, 4242 e 4422

Non ci sono altre possibilità.

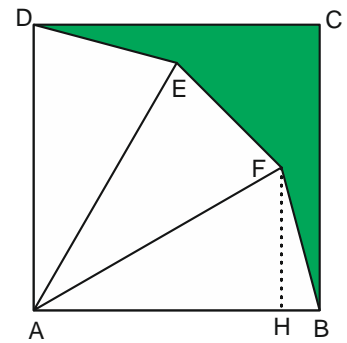
In totale abbiamo trovato 10 multipli di 3.

12. LE CASE DEI TRE PORCELLINI [5625]

Consideriamo il triangolo AFB . Tracciamo l'altezza FH relativa al lato AB . Il triangolo AFH è rettangolo con un angolo di 30° , è quindi metà di un triangolo equilatero. Ne segue che $FH = \frac{1}{2}AF = \frac{150}{2} = 75$ m.

L'area cercata è

$$A_{ABCD} - 3A_{AFB} = 150^2 - 3 \frac{150 \cdot 75}{2} = 5625 \text{ m}^2$$



13. ESPRESSIONI [0001]

Osserviamo che a numeratore eseguendo l'operazione prendendo i numeri a coppie si ottiene sempre -2 . In tutto vi sono 50 coppie.

A denominatore possiamo fare lo stesso. Ogni due valori otteniamo -4 ed abbiamo in tutto 25 coppie.

$$\frac{2-4+6-8+10-12+\dots-200}{4-8+12-16+20-24+\dots-200} = \frac{-2 \cdot 50}{-4 \cdot 25} = \frac{100}{100} = 1$$

14. IL PUZZLE [0104]

Per prima cosa cerchiamo la fattorizzazione di 713: $713 = 23 \cdot 31$.

Il puzzle ha un contorno fatto da $23+23+31+31-4=104$ pezzi, dove abbiamo tolto i 4 angoli per non contarli 2 volte.

15. SHREK-NIGMISTICA [4739]

La chiave per la soluzione è la prima definizione.

$$1000a + 100(a-1) + 10(a-2) + (a-3) - [1000(a-3) + 100(a-2) + 10(a-1) + a] = 3087 \text{ per ogni possibile } a.$$

A questo punto partendo dall' 1 verticale è possibile completare lo schema come segue.

3	0	8	7
4	5	6	7
3	6	1	9
4	7	3	9

16. SPREMUTA [0080]

Sia x la capacità del bicchiere.

Rappresentiamo i dati del problema sotto forma di tabella:

	capacità	Succo	Acqua
bicchiere	x	$\frac{1}{3}x$	$\frac{2}{3}x$
brocca	$2x$	$\frac{1}{5}2x = \frac{2}{5}x$	$\frac{4}{5}2x = \frac{8}{5}x$
caraffa	$4x$	$\frac{1}{6}4x = \frac{2}{3}x$	$\frac{5}{6}4x = \frac{10}{3}x$
TOTALI:	$7x$	$\frac{7}{5}x$	$\frac{28}{5}x$

$$P_{acqua} = \frac{\frac{28}{5}x}{7x} = \frac{28}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{4}{5} \text{ pari al } 80\%$$

17. CAFFELATTE [0060]

Ragioniamo sul latte rimasto:

Se il Gatto con gli stivali beve $\frac{1}{5}$ del latte ne restano $\frac{4}{5}$.

Dei $\frac{4}{5}$ ne beve $\frac{1}{4}$ e ne resta $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$. Infine, bevendo $\frac{1}{3}$ del contenuto, lascia in tutto $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ di latte.

Il resto, cioè $\frac{3}{5}$ è composto da caffè che è il 60% del totale.

18. UN GIROGATTO [0720]

Prima di tutto è necessario scoprire quanti lati ha il poligono costruito dal Gatto con gli stivali.

La somma degli angoli interni di un poligono regolare è dato da $(n-2) \cdot 180$, dove n è il numero dei lati.

Risolviendo l'equazione $(n-2) \cdot 180 = 179n$ scopriamo che $n = 360$.

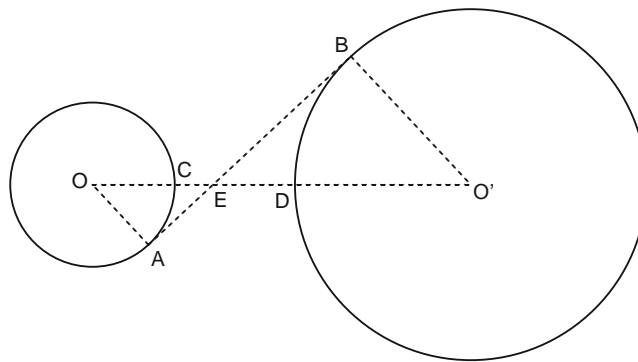
Il perimetro del poligono è $2p = 360 \cdot 2 = 720$ m.

19. IL TESORO DI LORD FARQUAAD [2799]

Seguendo le indicazioni calcoliamo:

$$(10 \triangleright 9) \triangleright (8 \triangleright 7) = [10 \cdot 9 - (10+9)] \triangleright [8 \cdot 7 - (8+7)] = 71 \triangleright 41 = 71 \cdot 41 - (71+41) = 2799$$

20. PASSAGGI SEGRETI [0054]



Osservando la figura, siano $CE = x$ e $DE = y$.

Dai dati possiamo scrivere che $28 + x + y + 44 = 90$, cioè che $x + y = 18$.

Osserviamo che i triangoli AOE e $BO'E$ sono simili, in particolare possiamo scrivere che

$OE : OA = O'E : O'B$ che diventa

$28 + x : 28 = 44 + y : 44$ che sfruttando la proprietà del comporre diventa $x : 28 = y : 44$, cioè

$$y = \frac{44}{28}x = \frac{11}{7}x$$

Mettendo assieme le due informazioni si ricava che $x = 7$, $y = 11$.

La lunghezza del secondo passaggio è:

$$AB = AE + EB = \sqrt{35^2 - 28^2} + \sqrt{55^2 - 44^2} = 21 + 33 = 54 \text{ m}$$