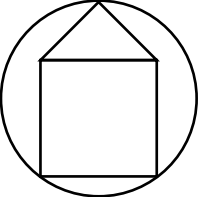
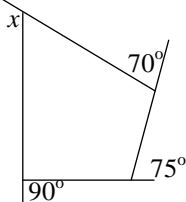


GARA A SQUADRE di SCUOLA MEDIA 2019 - SOLUZIONI

n.	SOL	TRACCIA
1	26	Giovanni, uno degli attuali campioni delle Olimpiadi della Matematica, quando era fanciullo frequentava la scuola di Crespadoro. Purtroppo quella scuola non partecipava alle gare ufficiali, ma l'insegnante era comunque molto esigente e quindi un giorno per tenere occupati i suoi allievi assegnò loro l'esercizio di calcolare la somma di tutti i numeri interi pari compresi fra -11,4 e +15,2. Giovanni, che già alle medie aveva talento, scrisse subito il risultato sul suo quaderno senza bisogno di scrivere alcun calcolo. Che numero aveva scritto?
2	629	Il Liceo Quadri di Vicenza è talmente forte nelle gare di matematica che al Summer Math Camp del 2018 erano presenti ben 10 alunni di questa scuola. Essendo anche un gruppo affiatato, hanno voluto alloggiare in cinque camere adiacenti. I numeri delle camere erano cinque numeri dispari consecutivi la cui somma vale 3125. Quanto vale il maggiore dei cinque numeri?
3	875	Francesco, del Liceo Fogazzaro, è bravo nelle Olimpiadi ma non è particolarmente brillante né in italiano né in inglese. I genitori, per motivarlo nello studio, gli hanno detto che lo avrebbero iscritto al Summer Math Camp solo se si fosse impegnato in tutte le cinque materie più importanti. Siccome nella pagella di fine anno i voti di Francesco nelle cinque materie più importanti erano rispettivamente 5, 6, 7, 8 e 9, suo padre, il quale in realtà è ben contento che lui partecipi allo stage, gli ha detto: "Ti iscrivo al Summer Math Camp solo se riesci a trovare il più alto prodotto tra un numero di tre cifre ed un numero di due cifre utilizzando tutte le cinque cifre dei tuoi voti nelle materie importanti". Qual è il numero di tre cifre che fornisce il più alto prodotto? $875 \times 96 = 84000$
4	1984	La prima edizione delle Olimpiadi Italiane della Matematica si svolse nel secolo scorso, e più precisamente in un anno che corrisponde al più alto numero di quattro cifre che abbia le seguenti caratteristiche: - la cifra delle migliaia è minore di 2 - la cifra delle centinaia è un quadrato - la cifra delle decine è doppia di quella delle unità. In quale anno si svolse la prima edizione delle Olimpiadi Italiane della Matematica?
5	74	Alcuni ragazzi si divertono talmente tanto al Summer Math Camp, che trascorrono il resto dell'anno, oltre che ad allenarsi per le gare, a contare in tutti i modi possibili quanti giorni mancano al prossimo stage. Se ad ogni lettera dell'alfabeto (di 26 lettere) viene assegnato un valore intero crescente a partire da uno, e se ad ogni parola viene attribuito come valore la somma dei valori delle sue lettere, qual è la media dei valori dei mesi dell' anno? GENNAIO 65, FEBBRAIO 58, MARZO 73, APRILE 61, MAGGIO 52, GIUGNO 73, LUGLIO 76, AGOSTO 77, SETTEMBRE 107, OTTOBRE 95, NOVEMBRE 94, DICEMBRE 59
6	25	Attualmente la percentuale di femmine fra tutti i partecipanti alle gare di Matematica Olimpica delle scuole superiori non è elevata. Gli organizzatori delle gare, oltre ad incentivare la partecipazione femminile proponendo la gara riservata a squadre composte da sole ragazze, hanno calcolato che la percentuale di femmine corrisponde alla percentuale dei numeri interi compresi fra 2 e 21, estremi inclusi, che sono divisibili per 4. Quanto vale questa percentuale?

7	25	<p>Uno degli sponsor dell'Associazione Mahesis Vicentina è la ditta Cielo, la quale ogni anno regala un pregiato gioiello ad alcune ragazze che si sono distinte nei risultati delle gare. Qualche anno fa è stato regalato a cinque ragazze un ciondolo di filo d'oro costituito da un quadrato di lato 3 cm sormontato da un triangolo rettangolo isoscele con base uguale al lato del quadrato, che insieme formano una casetta (vedi figura). Per l'apice del tetto e i due vertici del lato inferiore del quadrato passa una circonferenza. Quanti <i>millimetri</i> misura il raggio di tale circonferenza?</p> <p>Dal vertice del triangolo alla base del quadrato ci sono 4,5cm. Il raggio (r) della circonferenza si determina risolvendo l'equazione: $r^2 = (4,5 - r)^2 + 1,5^2$</p>	
8	89	<p>È risaputo che i ragazzi che partecipano al Summer Math Camp, oltre a trascorrere giornate serene e stringere nuove amicizie, diventano molto più bravi nella Matematica Olimpica, al punto che risolvono facilmente anche problemi per i quali i loro compagni di classe del liceo scientifico impiegherebbero molto più tempo. Ad esempio un problema che i ragazzi degli stage riescono a risolvere ad occhi chiusi consiste nel calcolare quanti quadrati perfetti ci sono fra 101 e 9999. Quanti ce ne sono?</p>	
9	125	<p>Fra i tanti giochi che appassionano i partecipanti del Summer Math Camp vi è il Kubb: un gioco di origine svedese in cui bisogna lanciare alcuni pezzi di legno all'interno di un campo rettangolare per colpire altri pezzi di legno. Fabio Saggin, il matematico giocatore che partecipa al Summer Math Camp come formatore, è imbattibile e quindi se giochi contro di lui sai già che perderai. Per rendere le sfide un po' più equilibrate è stato ideato un campo non rettangolare ma bensì con la forma del quadrilatero in figura. I lati del quadrilatero in figura sono prolungati per mostrare le misure di tre dei suoi angoli esterni. Quanti gradi misura l'angolo denotato con x?</p> <p>La somma degli angoli esterni è = $4 \cdot 180 - 2 \cdot 180 = 360$, quindi $x = 360 - 235$</p>	
10	69	<p>Se parteciperai al Summer Math Camp 2019, molto probabilmente fra i tuoi formatori ci sarà l'esimio prof. Paolo Toni di Padova, che tiene un corso di aritmo-geometria per i ragazzi che hanno appena finito la scuola media. Paolo Toni si prodiga spesso nel raccomandare ai suoi allievi di portare sempre con sé compasso, goniometro e matite colorate. Se tu avessi questi materiali, saresti avvantaggiato nel disegnare, in una circonferenza di centro O, una corda AB che sottende un angolo al centro di 153°. Segna poi sull'arco maggiore di estremi A e B due punti che lo dividano in 3 parti uguali e chiama P quello più vicino a B. Se Q è un punto dell'arco minore AB, quanti gradi misura l'angolo AQP?</p> <p>L'angolo al centro che sottende l'arco maggiore AB misura 207°, pertanto l'angolo al centro che sottende l'arco AP è i $2/3$ di $207^\circ = 138^\circ$. Basta ora riconoscere che l'angolo AQP insiste sullo stesso arco AP e quindi è la metà di 138°</p>	
11	22	<p>Una delle serate del Summer Math Camp è tradizionalmente dedicata alla Gara a Squadre. Oltre agli allievi dello stage, anche gli studenti universitari che da giovani facevano le Olimpiadi della Matematica possono partecipare a questa serata, gareggiando con squadre "ospiti". Nel 2018 alla Gara a Squadre del Summer Math Camp hanno partecipato tre ragazzi di Monticello Conte Otto, tra cui una femmina. Il prodotto delle loro età, in anni, è 4928. L'età del più giovane è almeno la metà dell'età del più vecchio dei tre. Quanti anni ha il più vecchio dei tre ragazzi di Monticello Conte Otto che hanno partecipato?</p> <p>$4928 = 2^6 \cdot 7 \cdot 11$; combinando le varie possibilità di ottenere 4928 con 3 divisori, quella giusta è $(11 \cdot 2)(2 \cdot 7) \cdot 2^4 = 22 \cdot 14 \cdot 16$</p>	

12	1957	<p>L'organizzatore della parte didattica degli stage fa il matematico di professione per l'Università di Padova, e quindi viaggia molto. In questo periodo sta organizzando un viaggio in aereo da Venezia a Tokyo. Cercando solo voli diretti ha una sola possibilità: partire da Venezia ed arrivare a Tokyo. Accettando anche voli che fanno scalo a Roma ha 2 possibilità: il volo diretto (VT) o fare scalo a Roma (VRT). Accettando di fare al massimo due scali, a Roma e/o a Milano, le possibilità diventano 5 (VT, VRT, VMT, VRMT, VMRT). Quanti viaggi distinti può organizzare accettando di fare al massimo 6 scali?</p> <p>Voli diretti: 1 Voli con 1 scalo: 6 (ho 6 possibilità di scegliere lo scalo) Voli con 2 scali: $6 \times 5 = 30$ (ho 6 possibilità di scegliere il primo scalo e 5 possibilità di scegliere il secondo scalo) Voli con 3 scali: $6 \times 5 \times 4 = 120$ (6 scelte per il primo, 5 per il secondo e 4 per il terzo) Voli con 4 scali: $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ Voli con 5 scali: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$ Voli con 6 scali: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ In totale: $1 + 6 + 30 + 120 + 360 + 720 + 720 = 1957$</p>
13	15	<p>In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 10 cm e un cateto è triplo dell'altro. Qual è la misura in centimetri quadrati della sua area?</p>
14	3367	<p>Alcuni studenti che si sono distinti per gli ottimi risultati nelle gare, pagano una quota ridotta come iscrizione al Summer Math Camp. Nel 2018 Lorenzo ha pagato solo 165 € perché in una gara è stato il primo a determinare il più piccolo numero intero positivo che moltiplicato per 165 dà come prodotto un numero con tutte le cifre uguali. Quanto vale questo numero?</p> <p>Il numero 165 = 3 · 5 · 11 , pertanto il multiplo di 165 che si vuole ottenere deve essere divisibile per 3, 5 e 11. Quindi deve avere tutte cifre 5 e, per i criteri di divisibilità di 3 e 11, devono essere 6. A questo punto basta fare $555555 : 165$</p>
15	214	<p>La quinta squadra dell'Istituto Marconi non ottiene ottimi risultati negli allenamenti sul sito PHI Quadro. Nel suo ultimo allenamento ha totalizzato 159 punti, abbassando la sua media su tutti gli allenamenti effettuati da 177 a 176. Quanti punti deve totalizzare nel prossimo allenamento per portare la sua media a 178?</p>
16	5440	<p>Un altro gioco che appassiona gli stagisti del Summer Math Camp è Lupus in Fabula. Questo gioco è difficile per coloro che ricoprono il ruolo di "lupo" in quanto essi devono fingere di essere innocenti "contadini". Francesco, per rimanere disinvoltato quando mente davanti agli altri giocatori, si impegna mentalmente a sommare tutti i numeri di tre cifre formati solo da cifre pari. La somma di tutti i numeri siffatti è un numero che termina con 0. Scrivi le cifre che lo precedono.</p> <p>Si tratta di sommare 100 numeri, la cui cifra delle unità è 0 per 20 dei numeri, 2 per altri 20, poi 4, 6 e 8. Lo stesso vale per quella delle decine, mentre quella delle centinaia è 2 per 25 dei numeri, poi 4, 6 e 8. Basta ora sommare il tutto.</p>
17	7225	<p>La premiazione dei vincitori del test finale del Summer Math Camp avviene in un sontuoso salone quadrato il cui soffitto a cassettoni è decorato come una scacchiera quadrata formata da tanti quadrati chiamati "cassettoni", appunto. Bernardo, il più forte matematico olimpico in Italia, sa già che il primo premio spetta a lui e quindi mentre vengono consegnati i premi minori si annoia e per passare il tempo conta i cassettoni nel soffitto. Se i cassettoni perimetrali sono 336, quanti cassettoni ci sono in tutto nel soffitto?</p>

18	2465	<p>Probabilmente alla scuola media hai partecipato ai Giochi Matematici organizzati dall'Università Bocconi di Milano. Alla scuola superiore, oltre ai Giochi Matematici, si dà molta importanza ad un'altra gara, chiamata Giochi di Archimede, che è organizzata dalla Scuola Normale Superiore di Pisa.</p> <p>I Giochi di Archimede permettono di accedere alle Olimpiadi della Matematica.</p> <p>Un tipico problema che si può trovare nei Giochi Matematici è il seguente: quanti numeri interi minori di 10.000 hanno, fra le loro cifre, almeno un 2 ma nessun 3?</p> <p>Da tutti i numeri interi positivi minori di 10000 senza la cifra 3 (sono $9 \times 9 \times 9 \times 9 - 1 = 6560$) tolgo quelli privi anche della cifra 2 (che sono $8 \times 8 \times 8 \times 8 - 1 = 4095$) si ottengono i numeri richiesti: $6560 - 4095 = 2465$</p>
19	1003	<p>Tradizionalmente, l'ultima serata del Summer Math Camp è dedicata allo spettacolo musicale: i ragazzi stessi si esibiscono, singolarmente o in gruppo, in pezzi di musica classica o moderna, con vari strumenti. Tra tutti i partecipanti alle varie edizioni degli stage, coloro che suonano uno strumento sono meno di un terzo del totale, ma sono più del 33,3% del totale. In base a questa condizione, determinare quanti studenti hanno partecipato, come minimo, alle varie edizioni degli stage.</p> <p>Il 33,3% di 1000 = 333 mentre $1000/3 = 333,333...$ Ogni unità che aggiungiamo al 1000, il suo 33,3% aggiunge uno 0,333 mentre $1/3$ aggiunge 0,333.... Pertanto: Il 33,3% di 1001 = 333,333 mentre $1001/3 = 333,666...$ Il 33,3% di 1002 = 333,666 mentre $1002/3 = 333,999... = 334$ Il 33,3% di 1003 = 333,999 mentre $1003/3 = 334,333...$ Quindi il numero cercato è 1003.</p>
20	528	<p>Matteo e 7 suoi amici del Liceo Da Ponte di Bassano stanno giocando con dei dadi.</p> <p>Dopo un po', Matteo lancia una sfida e propone di costruire con i dadi a disposizione un unico cubo sulle cui facce compaia il maggior numero possibile di punti.</p> <p>I dadi a disposizione di ogni ragazzo sono 8. Qual è la massima somma che si può realizzare?</p> <p>Il dado costruito ha $4^3 = 64$ e quelli "esterni" sono $64 - 8 = 56$, di cui 4 al centro di ciascuna delle 6 facce, 24 sugli spigoli e 8 sui vertici. Quelli al centro hanno 6 punti, quelli sugli spigoli hanno 6 e 5 sulle due facce esterne mentre in ciascuno degli 8 di vertice le facce esterne possono essere 6, 5 e 4. Totale: $24 \times 6 + 11 \times 24 + 15 \times 8 = 144 + 264 + 120$</p>