1. CUORE DI GHIACCIO [78]
Sfruttando la formula di Gauss per la somma dei numeri da 1 a n, si ottiene
$1+2+3+...+12=\frac{12\cdot 13}{2}=78$.

2. FACCIAMO UN PUPAZZO ASSIEME [500]
Se il volume di ciascun pupazzo piccolo è $\frac{1}{8}$ del volume del pupazzo grande, il rapporto tra le lunghezze (e quindi tra le altezze) è pari a $\frac{1}{2}$ $\left(\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3\right)$. I pupazzi piccoli sono alti mezzo metro, cioè $500\ \mathrm{mm}$.

3. I TROLL [11]
Il calcolo può essere eseguito direttamente:

$$\frac{1+4+4^2+4^3+4^4}{1+2+2^2+2^3+2^4}=\frac{1+4+16+64+256}{1+2+4+8+16}=\frac{341}{31}=11.$$

Oppure, conoscendo le progressioni geometriche:

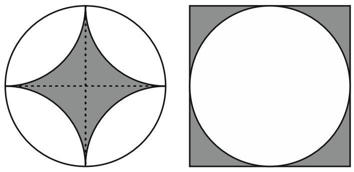
$$\frac{1+4+4^2+4^3+4^4}{1+2+2^2+2^3+2^4}=\frac{\frac{4^5-1}{4-1}}{2^5-1}=\frac{(2^5-1)(2^5+1)}{3\cdot(2^5-1)}=\frac{2^5+1}{3}=\frac{33}{3}=11.$$

4. IL POTERE CRESCE [385]
Si tratta di sommare tra loro i quadrati dei numeri naturali da 1 a n.
La formula da usare è $1^2+2^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
Nel nostro caso: $1^2+2^2+3^2+.......+10^2=\frac{10\cdot 11\cdot 21}{6}=385\,Kg$.

5. L'INCORONAZIONE [54]
Cerchiamo i numeri nella forma $\overline{abc}$ tali che $a=b+c$.
Se $a=1$, abbiamo due possibilità: 101 e 110.
Se $a=2$, le possibilità sono 3 (202, 211 e 220).
Se $a=3$, le possibilità sono 4 (303, 312, 321 e 330).
Aumentando a, le possibilità aumentano sempre di 1 rispetto al caso precedente.
Alla fine avremo $10+9+8+7+6+5+4+3+2=54$ numeri che verificano la condizione richiesta.

6. LA FINE DELL'ESTATE [144]
I maschi possono essere ordinati in $4!=24$ modi, mentre le femmine in $3!=6$ modi.
I modi totali sono il prodotto dei due: $24\cdot 6=144$.

7. IL PALAZZO SULLA MONTAGNA [2150]
Osservando la figura, si nota che l'area cercata è pari all'area del quadrato circoscritto al cerchio diminuito dell'area del cerchio stesso:
$A=100^2-\pi 50^2\cong 10000-7850=2150\ \mathrm{m}^2$.



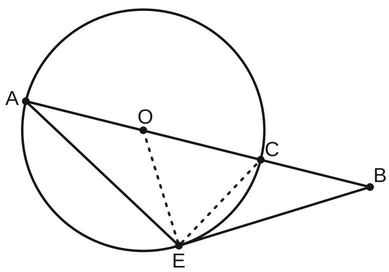
8. KRISTOFF E SVEN [280]
Il prezzo attuale del ghiaccio è:
$p=\frac{1}{2}\cdot\frac{70}{100}\cdot\frac{80}{100}\cdot 1000=280$ monete.

9. I LUPI [143]
Se x diviso per 4, per 5 e per 7 dà sempre resto 3, vuol dire che $x-3$ è un multiplo di 4, di 5 e di 7.
Il $m.c.m(4,5,7)=140$ e quindi, al minimo, c'erano 143 lupi.

10. OLAF [2500]
Entrambi i triangoli sono mezzi quadrati. Il primo ha la diagonale pari a 100 cm e quindi area pari a $A_1=\frac{1}{2}\frac{100\cdot 100}{2}=2500\ \text{cm}^2$.
Il secondo ha lato pari a 100 cm e quindi area $A_2=\frac{100\cdot 100}{2}=5000\ \text{cm}^2$.
La differenza è $2500\ \text{cm}^2$.

11. AL CASTELLO [198]
Tutte le cifre sono, ovviamente palindrome, e ce ne sono 9.
Numeri di due cifre palindromi sono tutti i multipli di 11, che sono 9.
Di tre cifre i numeri sono del tipo aba, quindi abbiamo 9 possibili scelte per a e 10 possibili scelte per b, per un totale di 90 numeri.
Di quattro cifre ne abbiamo tanti quanti di tre, infatti i numeri dovranno essere del tipo $abba$.
In totale abbiamo $9+9+90+90=198$ numeri palindromi minori di 10000.

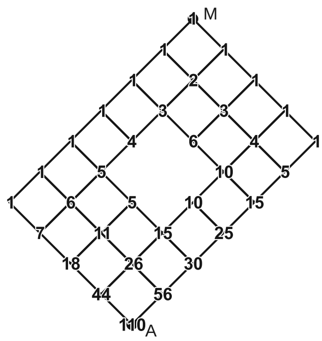
12. UN COLPO AL CUORE [114]
Siccome $B\hat{E}O=90°$ per le ipotesi, l'angolo $B\hat{O}E=90°-42°=48°$ e di conseguenza l'angolo $B\hat{A}E=\frac{1}{2}B\hat{O}E=24°$, in quanto angoli al centro e alla circonferenza relativi alla corda CE.
Del triangolo BEA conosciamo due angoli. Il terzo misura
$B\hat{E}A=180°-42°-24°=114°$.



13. MARSHMALLOW [63]
Il numero che sta a metà tra i due valori è la media aritmetica dei due numeri:
$x=\frac{\frac{5}{12}+\frac{11}{15}}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{25+44}{60}=\frac{69}{2\cdot 60}=\frac{23}{40}$.

14. IL CONGELAMENTO DI ANNA [111]
Il quesito equivale a trovare tutti i multipli di 9 minori di 1000.
Siccome 1000 diviso per 9 da quoziente 111 e resto 1, il risultato è proprio 111.

15. GIÙ DALLA MONTAGNA [110]
Risolviamo la griglia, partendo da un 1 posizionato su M e indicando di volta in volta i percorsi, sommando i numeri riportati appena sopra.
Per arrivare ad A ci sono 110 percorsi possibili.



16. RIVELAZIONI [101]

Siano x, y e z i tre numeri. Sappiamo che $x+y=153$, $y+z=79$ e $x+z=128$. Se sommiamo tra loro le equazioni otteniamo $2x+2y+2z=360$, che diviso per due diventa $x+y+z=180$.

Togliendo 153 a 180 otteniamo $z=27$. Togliendo 79 da 180 otteniamo $x=101$, ed infine togliendo 128 da 180 otteniamo $y=52$.

17. IL TRADIMENTO DI HANS [203]

Siano x e y tali che $x>y$, $x+y=233$ e $x=14y+8$.

Sostituendo la terza equazione nella seconda si ottiene $14y+8+y=233$, cioè che $15y=225$, che ha come soluzione $y=15$. Da $x=14y+8$ si ricava $x=218$. La differenza tra i due valori è $218-15=203$.

18. DI CORSA FINO AD ARENDELLE [57]

Se x è il valore più piccolo, il problema è descritto dall'equazione

$$x+(x+1)+(x+2)+...+(x+9)=508+(x+k)$$

dove $x+k$ rappresenta il numero dimenticato nella somma con $0\le k\le 9$.

Eseguendo i calcoli otteniamo $9x=463+k$.

Il numero a destra dell'uguale deve essere divisibile per 9 e dunque k deve valere 5. Di conseguenza $x=52$. Il numero dimenticato è $x+k=52+5=57$.

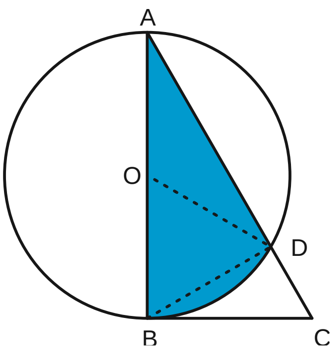
19. IL VERO AMORE [96]

Se divido un numero per 100 il resto è uguale alle ultime due cifre del numero stesso. Ad esempio, 712 diviso per 100 ha per quoziente 7 e per resto 12.

Le ultime due cifre di un prodotto dipendono esclusivamente dalle ultime due cifre dei fattori.

Per ottenere le ultime due cifre di 102^{12} basta calcolare $2^{12}=4096$. Il resto è 96.

20. L'AMORE SCIOGLIE IL GHIACCIO [7742]



Sia O il centro della circonferenza. Se $B\hat{A}C=30°$, allora $B\hat{O}C=60°$.

L'area richiesta è la somma tra l'area di un settore circolare di raggio $90\ \mathrm{m}$, con angolo di $60°$, con l'area del triangolo isoscele AOD con lati $100\ \mathrm{m}$ e angolo compreso $D\hat{O}A=120°$.

$$A_{settore}=\frac{\pi 90^2}{6}=1350\pi$$

$$A_{AOD}=\frac{90\cdot 45\sqrt{3}}{2}=2025\sqrt{3}$$

L'area totale è quindi $A_{TOT}=A_{settore}+A_{AOD}=1350\pi+2025\sqrt{3}\cong 7742,25$.