

"COPPA MATHESIS"



GARA DI MATEMATICA A SQUADRE – V[^] EDIZIONE
Thiene 30 aprile 2015

Finale tra gli Istituti Scolastici di

BASSANO 3 - CORNEDO - COSTABISSARA - FARINA VI - GIUSEPPINI TH

MALO - MARANO - MONTICELLO C.OTTO - NOVE - ORGIANO - ROSÀ

SANDRIGO - SARCEDO - IC THIENE - VALDAGNO 2 - VICENZA 11

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore od uguale ad x .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Nello svolgimento dei calcoli utilizzare i seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,41$$

$$\sqrt{3} = 1,73$$

$$\sqrt{5} = 2,24$$

$$\sqrt{6} = 2,45$$

$$\pi = 3,14$$

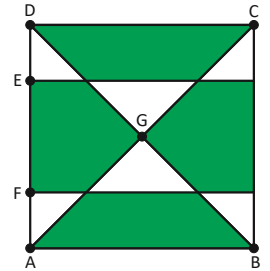
1. MARGO, EDITH E AGNES

In quel mentre tre bimbe suonarono alla porta. Gru per non volerle fare entrare disse loro: “In casa non c’è nessuno. Se volete entrare dite la parola d’ordine, cioè qual è il più piccolo numero di quattro cifre che è divisibile per tutti i numeri da 1 a 6.” Margo, la più grande, non ci mise molto a rispondere, ma anche sentendo la risposta Gru le cacciò via. Quale fu la risposta di Margo?

2. ASSEMBLEA DEI MINION

Gru avvertì Dave di convocare l’assemblea di tutti i minion, gli “scagnozzi” che lavoravano per lui. Molto velocemente tutti si portarono nella grande area del laboratorio segreto destinata alle riunioni, un quadrato $ABCD$ di area 10.000 m^2 . Mentre Gru occupava il punto centrale G , i suoi fidi minion riempirono le aree scure della figura a fianco riportata. Quale fu l’area in m^2 occupata dai minion, se

$$DE = AF = \frac{1}{2} EF?$$



3. BISCOTTI PER VECTOR

Le tre orfanelle si presentarono alla porta del covo di Vector, che appena le vide le fece subito entrare. Vector disse a Margo: “La scorsa volta avevo comprato un certo numero di biscotti alla nocciola calcolando che io e i miei amici ne avremmo mangiati 24 a testa e ne sarebbero avanzati 6 che avrei dato al mio squalo domestico. Invece ho scoperto che uno dei miei amici è allergico alle nocciole, così ne abbiamo mangiati 29 a testa e per lo squalo non ne è rimasto nessuno.”

Quanti biscotti aveva comprato Vector?

4. IL FURTO DELLA PIRAMIDE

Gru stava risolvendo un piccolo enigma di un giornale, mentre alla televisione davano un cartone animato. Il cane di Gru, il piccolo Kyle, stava dilaniando un cuscino del divano. Improvvisamente un’edizione straordinaria del telegiornale annunciò che a Giza era stata rubata la piramide di Cheope. Gru andò su tutte le furie, lasciando irrisolto l’enigma. Riesci a risolverlo tu?

$$\frac{1}{2} + \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2014}\right) =$$



5. L’ADOZIONE

Gru si presentò all’orfanotrofio vestito da dottore, e fece richiesta di adozione per le tre bambine. La signora Hattie, anche se voleva liberarsi delle tre sorelle, era ligia al dovere e sottopose a Gru un enigma per verificare le sue capacità. “Ci sono tre scatole in ognuna delle quali vi sono due monete: in una due monete da 1 euro, in un’altra due monete da 2 euro e nell’ultima una moneta da 1 euro ed una da 2 euro. Su ciascuna scatola c’è scritto un numero che dovrebbe corrispondere al valore totale del contenuto. Sulla prima scatola c’è scritto “2”, sulla seconda scatola c’è scritto “3” e sulla terza c’è scritto “4”. In realtà nessuno di questi numeri corrisponde al contenuto. Se dalla scatola con su scritto “3” pesco una moneta da 1 euro, come sono distribuite le monete?”

(Dai come risposta $0abc$ dove a è il totale corretto della prima scatola, b è il totale corretto della seconda e c è il totale corretto della terza.)

6. IL COVO DI VECTOR

Seguendo Vector, Gru scoprì dov’era il suo covo e scoprì pure che era molto ben difeso. Tentò di entrare un numero di volte corrispondente ad $a+b+c$, dove $\sqrt{a+b+c}=43$, $a+\sqrt{b+c}=33$ e $a+b+\sqrt{c}=25$, ed ogni volta fu respinto. Quante volte Gru tentò di entrare?

7. BISCOTTI

“E pensare che volevamo solo vendergli dei biscotti”, fece Agnes, la più piccola. “Al supermercato 25 biscotti costano tanti euro quanti sono i biscotti che si riescono a comprare con un euro, e noi li facciamo pagare di meno.”, commentò Edith. “Quanti sono i biscotti che si possono comprare con un euro?”, chiese la piccola Agnes.

8. PRESTITO NEGATO

Accolto dal direttore della Banca dei Cattivi, Gru espose il suo piano nei minimi dettagli. Il direttore chiese a Gru, quale garanzia, di risolvere il seguente problema: “Disponi i numeri da 1 a 100 a gruppi di tre e cancella il valore centrale. Quanto vale la somma dei numeri rimasti?” (Ad esempio se i numeri fossero da 1 a 7: $1-2-3 / 4-5-6 / 7$, 2 e 5 si cancellano).

9. IL RAGGIO RESTRINGENTE

Mentre Gru si trovava in banca, in un laboratorio top secret della Cina, alcuni ricercatori stavano sperimentando il raggio restringente. Al centro del laboratorio c'erano 10000 fogli di carta, uno sopra l'altro. Con un colpo del raggio alcuni vennero colpiti e lo spessore totale della risma diminuì del 40%. Gli scienziati cinesi non fecero in tempo a contare le pagine colpite che Gru, con l'aiuto dei minion, riuscì a sottrarre il raggio agli orientali... Se una pagina colpita diminuisce il suo spessore del 80% rispetto ad una pagina non colpita, quante pagine vennero colpite dal raggio?



10. LE TRE ORFANELLE E I LORO PELUCHE

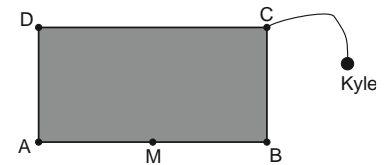
Quando Gru venne accompagnato nella stanza a fianco trovò 6 sedie, sulle quali erano sedute le tre orfanelle con seduto a fianco di ciascuna il proprio peluche e fu molto colpito dal pupazzo a forma di Unicorno di Agnes. Il suo animo matematico si chiese in quanti modi diversi le tre sorelle avrebbero potuto sedersi, tenendo ciascuna su una delle sedie accanto il proprio peluche, ma la signora Hattie non gli diede il tempo di risponderci. Qual è la risposta al quesito di Gru?

11. SOLDI PER IL RAZZO

Gru non sapeva come finanziare la costruzione del razzo che lo avrebbe portato fin sulla luna. La Banca dei Cattivi non era disposta ad aiutarlo. Così le tre orfanelle decisero di aiutare il loro amico Gru, regalandogli ciascuna il proprio salvadanaio e chiedendo aiuto anche ai piccoli minion. Alla fine la somma raccolta fu di n -mila euro, dove n è l'unico valore minore di 2000 tale che $n + S(n) = 2014$, dove con $S(n)$ si intende la somma delle cifre di n . Quanto vale n ?

12. KYLE

Il cane di Gru, Kyle, era legato al divano ($ABCD$) nel punto C in modo che il suo padrone potesse sedere da un lato senza che questo riuscisse a raggiungere i suoi polpacci. La lunghezza del guinzaglio, infatti, permetteva a Kyle di raggiungere al massimo il punto M , punto medio di AB . Sconvolto dalle notizie del telegiornale, Gru non si accorse che era entrato nel territorio del suo animaletto, che per festeggiare, gli azzannò subito una scarpa. Se $AB = 4$ m e $BC = 1$ m quanto misura l'area in m^2 del territorio di Kyle? (N.B. il cane non può salire sul divano.)



13. VECTOR

Nella sala d'attesa della Banca dei Cattivi Gru conobbe Vector, uno strano ragazzino che vestiva con una tuta spaziale di colore arancione. Quando il giovane Vector disse “L'altro giorno ho rubato la Piramide di Cheope; è stato facile come calcolare tutti i numeri $abcd$ di quattro cifre positive, tutte diverse, tali che a divide b , b divide c e c divide d ” Gru non ci vide più e gli bloccò la lingua con il suo raggio congelante. Quanto vale la somma di tutti questi numeri?



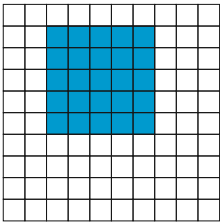
14. ISTITUTO FEMMINILE DELLA SIGNORA HATTIE

Di rientro all'istituto femminile, dove le tre orfanelle erano ospitate, la signora Hattie chiese loro quanti biscotti avevano venduto. Margo, per cercare di evitare lo scatolone della vergogna, la punizione preferita dalla loro istituttrice, disse che, se

$$N = \frac{m.c.m.(n-2; n+2)}{M.C.D.(n-2; n+2)}$$
, il numero dei biscotti venduto era pari al valore ottenuto

mettendo una prima volta $n = 26$ nella formula e poi mettendo una seconda volta nella medesima formula al posto di n il numero N ottenuto la prima volta. Per fortuna che la signora Hattie non era brava in matematica!!!! Quanti biscotti avevano venduto?

15. LE BAMBINE TORNANO ALL'ORFANOTROFIO



Vedendo la passione e l'amore con il quale Gru trattava le tre bimbe, il dottor Nefario chiamò l'orfanotrofio, rivelando le bugie che Gru aveva usato per poterle adottare. La signora Hattie si presentò alla porta e le riportò all'istituto. Mise le tre bimbe nello scatolone della vergogna e disse loro che sarebbero uscite solo quando avessero calcolato il numero esatto di rettangoli tracciabili sulla griglia e che potessero contenere interamente il quadrato evidenziato. Quanti erano i rettangoli che le tre bambine dovevano contare?

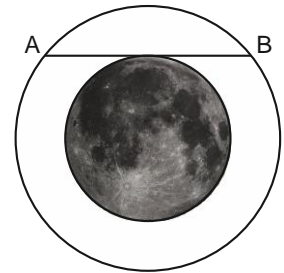
16. LA LUNA RUBATA

Con il suo razzo Gru raggiunse la luna ma quando attivò il raggio restringente, a causa della grandezza del bersaglio, il codice di attivazione richiesto dall'arma fu la somma di tutti i numeri riportati nella griglia quadrata riportata parzialmente a lato. Qual era il codice richiesto?

1	2	3	4	5	...	21
2	3	4	5	6	...	22
3	4	5	6	7	...	23
4	5	6	7	8	...	24
5	6	7	8	9	...	25
...
21	22	23	24	25	...	41

17. LA LUNA PER LE TRE SORELLE

Quale amara sorpresa per Gru, quando scoprì che Vector aveva rapito le tre bambine e chiedeva la luna come riscatto. Se non si fosse presentato il giorno successivo, all'ora celata dall'enigma seguente, Vector le avrebbe uccise. "Se $AB = 40$ m, quanto vale l'area (in m^2) della corona circolare intorno alla luna?"



18. "RUBEREMO LA LUNA"

Con l'esercito dei minion schierati davanti a sé, Gru aprì la cupola del laboratorio dalla quale si poté ammirare la luna piena. All'annuncio "Ruberemo la luna!" tutti i minion esultarono, tranne Mark che stava cercando di risolvere il seguente problema. Dal centro O di un quadrato $ABCD$ di lato 10 cm viene costruito un nuovo quadrilatero $A'B'C'D'$ nel modo seguente: si tracciano le semirette OA , OB , OC e OD , quindi si costruiscono su di esse i punti A' , B' , C' e D' (A si trova tra O e A' , così come B si trova tra O e B' , ecc.) rispettivamente, in modo che $AA' = OA$, $BB' = 2OB$, $CC' = 3OC$ e $DD' = 4OD$. Quanto vale l'area di $A'B'C'D'$ in cm^2 ? (Ricorda che nel quadrato: $diagonale = lato \times \sqrt{2}$)

19. LA BANCA DEI CATTIVI

La sede della Banca dei Cattivi è nascosta dietro ai bagni della filiale locale della banca della città. Per ragioni di sicurezza, ogni mese viene cambiato il codice di accesso. Questo mese il codice corrisponde al

numero di terne $(a;b;c)$ di numeri naturali $1 \leq a, b, c \leq 9$ tali che $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{\frac{a}{b}}{c}$.

Qual è il codice di accesso di questo mese?

20. L'UNICORNO

Gru, avendo capito di voler bene alle tre orfanelle, decise di adottarle per sempre. La sera stessa lesse loro la favola dell'unicorno dicendo che l'animale sarebbe rimasto per tutta la vita con loro se fossero riuscite a dirgli quanto fa $a^2 + b^2$ sapendo solo che $a + b = 10$ e $ab = 1$. Cosa avrebbero dovuto rispondere le tre sorelline?