

## Progetto Olimpiadi della Matematica

## VIII Gara Nazionale per le Classi Prime

6 Febbraio 2020

## Test n.1

Punteggi: Giusto=6, Non Fatto=1, Sbagliato=0

**Quesito n. 1** Nell'isola *Kenoncè* è stato deciso il dimezzamento del numero di parlamentari. Le nuove elezioni tuttavia portano ad un parlamento che pur essendo la metà del precedente non è composto da persone nuove ma è un sottoinsieme del parlamento precedente. Tuttavia le proporzioni tra i due unici partiti politici dell'isola cambiano: solo  $\frac{1}{8}$  dei parlamentari del **Partito della Lasagna** viene riconfermato nel suo incarico, mentre il **Partito della Pagnotta** vede riconfermati ben  $\frac{3}{4}$  dei suoi parlamentari. Qual è, nel nuovo parlamento, la percentuale di seggi del Partito della Pagnotta?

A 60%    B 75%    C non determinabile dai soli dati forniti    D 50%    E 72%    F 90%

**Quesito n. 2** Se scriviamo in ordine decrescente la lista di tutti i divisori positivi di 646400 si ottiene:

646400, 323200, 161600, ..., 5, 4, 2, 1

Qual è l'ottavo numero di tale lista?

A 5050    B 32320    C 16160    D 2525    E 25856    F 40400

**Quesito n. 3** Di un intero positivo  $n$  sappiamo che termina per 5 e che la cifra delle decine di  $n^3$  è dispari. Qual è la cifra delle decine di  $n^3$ ?

A 1    B 7    C 3    D 9    E non univocamente determinata dai dati forniti    F 5

**Quesito n. 4** Qual è la somma dei reciproci di tutti i divisori positivi di 6300? (Si ricordi che tra i divisori vanno considerati anche 1 e 6300)

A  $\frac{784}{225}$     B  $\frac{902}{225}$     C  $\frac{1024}{225}$     D  $\frac{806}{225}$     E  $\frac{1102}{225}$     F  $\frac{976}{225}$

**Quesito n. 5** Dato l'ottagono regolare  $\mathcal{P}$  di area 1440, consideriamo il più grande quadrato contenuto in  $\mathcal{P}$  e il più piccolo quadrato contenente  $\mathcal{P}$ . Qual è la differenza tra le aree dei due quadrati?

A 640    B 840    C 576    D 600    E 720    F 480

**Quesito n. 6**  $\mathcal{F}$  Ci sono 11 monete identiche (con **Testa** su una faccia e **Croce** sull'altra) sparse su un tavolo con il lato **Testa** rivolto verso l'alto. Stabiliamo che fare una mossa significa scegliere 3 monete distinte e invertirle, cioè ruotarle in modo che appoggino sul tavolo con la faccia che prima era rivolta verso l'alto. Quante mosse servono al minimo perché tutte le monete abbiano la **Croce** rivolta verso l'alto?

A 6    B 11    C 5    D 7    E è impossibile    F 4

**Quesito n. 7**  $\mathcal{F}$  Nell'intervallo di tempo di 12 ore che va dalle 10:00:05 alle 22:00:05 quante volte capita che in un orologio la lancetta dei secondi e quella dei minuti puntino nella stessa direzione?

A 660    B 720    C 708    D 590    E 600    F 719

**Quesito n. 8** Un foglio di cartone rettangolare viene ritagliato in modo da ottenere esattamente nove pezzi, tutti quadrati: uno di area  $64 \text{ cm}^2$ , due di area  $16 \text{ cm}^2$  e sei di area  $4 \text{ cm}^2$ . Qual era il perimetro del rettangolo?

A 44 cm    B 52 cm    C 46 cm    D non determinabile dai soli dati forniti    E 62 cm    F 68 cm

**Quesito n. 9**  $\mathcal{F}$  Qual è il più piccolo intero positivo il cui quadrato è divisibile per 504?

A 252    B nessuna delle altre risposte è esatta    C 504    D 84    E 126    F 42

**Quesito n. 10**  $\mathcal{F}$  In un cesto ci sono 40 calzini: 10 gialli, 10 rossi, 10 verdi e 10 blu. Ne prendo un certo numero, senza guardare, e spero con essi di poter mettere insieme almeno 4 paia in cui entrambi i calzini abbiano lo stesso colore. Qual è il minimo numero di calzini da prendere per essere sicuri di poterlo fare?

A 11    B 15    C 12    D nessuna delle altre risposte è esatta    E 8    F 10

**Quesito n. 11**  $\mathcal{F}$  Un dodecaedro regolare è un solido avente 12 facce, tutte uguali tra loro, a forma di pentagono regolare. Quanti sono i suoi vertici?

- A 60    B 48    C 20    D 36    E 30    F 12

**Quesito n. 12**  $\mathcal{F}$  L'espressione  $\frac{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{5} + 1 + 5 + 5^2}{\frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5} + 2 + 2 \cdot 5 + 5^2 + 5^3}$  vale:

- A  $\frac{25}{121}$     B  $\frac{25}{129}$     C  $\frac{25}{126}$     D  $\frac{5}{24}$     E  $\frac{5}{26}$     F  $\frac{25}{124}$

**Quesito n. 13** Un quadrato  $ABCD$  ha il lato di 120 centimetri e  $\gamma$  è il suo cerchio circoscritto. Trovare l'area (espressa in  $\text{cm}^2$ ) della lunula che si ottiene togliendo a  $\gamma$  la sua intersezione con il cerchio di centro  $A$  e raggio  $AB$ .

- A 8000    B  $2000\pi$     C 4800    D  $1440\pi$     E  $2400\pi$     F 7200

**Quesito n. 14** L'ottagono regolare  $ABCDEFGH$  ha area 1440. Qual è l'area del trapezio  $ABCD$ ?

- A 400    B 288    C 480    D 384    E 360    F 432

**Quesito n. 15**  $\mathcal{F}$  Della lista di 2020 numeri  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2020}$  sappiamo che i primi due sono  $a_1 = 5$  e  $a_2 = 7$ . Sappiamo inoltre che, dal terzo in poi, ogni termine si ottiene facendo il quoziente tra quello che lo precede di una posizione e quello che lo precede di due posizioni, ovvero:  $a_3 = a_2/a_1$ ,  $a_4 = a_3/a_2$ ,  $a_5 = a_4/a_3$ , ecc. Quanto vale  $a_{2020}$ ?

- A  $\frac{1}{7}$     B 7    C  $\frac{1}{5}$     D  $\frac{7}{5}$     E 5    F  $\frac{5}{7}$

**Quesito n. 16** Sappiamo che  $m$  ed  $n$  sono due interi positivi aventi rispettivamente 11 e 12 divisori positivi. Sapendo inoltre che il  $\text{MCD}(m, n)$  ha 4 divisori positivi, dire quanti sono i divisori positivi del prodotto  $mn$ . (Ricordare che tra i divisori di un numero vanno contati anche 1 e il numero stesso)

- A 36    B 52    C 42    D 33    E 143    F i dati sono insufficienti per rispondere

**Quesito n. 17**  $\mathcal{F}$  Quanto vale il minimo comune multiplo dei tre numeri  $a = 6^9 \cdot 10^3 \cdot 15^3$ ,  $b = 6^3 \cdot 10^9 \cdot 15^3$ , e  $c = 6^3 \cdot 10^3 \cdot 15^9$ ?

- A  $6^9 \cdot 10^9 \cdot 15^9$     B  $6^7 \cdot 10^7 \cdot 15^7$     C  $6^6 \cdot 10^6 \cdot 15^6$     D  $6^8 \cdot 10^8 \cdot 15^8$     E  $6^4 \cdot 10^4 \cdot 15^4$     F  $6^5 \cdot 10^5 \cdot 15^5$

**Quesito n. 18** Claudia e Luca giocano a **Dividi e Sostituisci**. All'inizio sulla lavagna è scritto un intero positivo  $n$ . A turno, i due giocatori dividono il numero scritto sulla lavagna per una potenza di un numero primo in modo da ottenere un nuovo intero positivo  $m$ , più piccolo di  $n$ , che viene scritto alla lavagna al posto di  $n$ . Vince il primo che riesce ad ottenere 1. Ad un certo punto sulla lavagna c'è scritto 320000 e tocca a Claudia. Che mossa deve fare Claudia per essere sicura di poter forzare la vittoria, comunque giochi Luca?

- A dividere per 625    B c'è più di una mossa che permette a Claudia di vincere    C dividere per 25    D dividere per 2    E dividere per 32    F qualunque mossa faccia Claudia, Luca riesce a vincere

Test n.1   Cognome:.....   Nome:.....   Scuola:.....

|                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| n.1                        | n.2                        | n.3                        | n.4                        | n.5                        | n.6                        | n.7                        | n.8                        | n.9                        | n.10                       | n.11                       | n.12                       | n.13                       | n.14                       | n.15                       | n.16                       | n.17                       | n.18                       |
| <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> A |
| <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B | <input type="checkbox"/> B |
| <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C | <input type="checkbox"/> C |
| <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D | <input type="checkbox"/> D |
| <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E | <input type="checkbox"/> E |
| <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F | <input type="checkbox"/> F |

La gara dura 2 ore e 30 minuti. Non è ammesso l'uso di cellulare, calcolatrici, righelli, compasso e goniometro. Ricorda che i problemi non sono in ordine di difficoltà, ma permutati in modo casuale. Per darti qualche indicazione

sulla loro difficoltà abbiamo contrassegnato quelli che ci sembravano più semplici con il simbolo:  $\mathcal{F}$  .