



## “MATEMATICA IN VILLA”

GARA DI MATEMATICA A SQUADRE

Thiene 12 aprile 2013

Semifinale tra gli Istituti Scolastici di

BASSANO (BELLAVITIS) - BASSANO (VITTORELLI) - BREGANZE - LUGO  
MALO - MARANO - MASON - SARCEDO - THIENE - ZUGLIANO - VILLAVERLA

### Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale  $x$  è il più grande intero minore od uguale ad  $x$ .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Nello svolgimento dei calcoli utilizzare i seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1,41$$

$$\sqrt{3} = 1,73$$

$$\sqrt{5} = 2,24$$

$$\sqrt{6} = 2,45$$

$$\pi = 3,14$$

## 1. VOTI

La media dei miei voti, dopo le ultime 5 verifiche è di 7,9.

Domani avrò l'ultima verifica del quadrimestre. Che voto devo prendere affinché la mia media diventi esattamente 8. (Dare il risultato moltiplicato per 100.)

## 2. GREGGI AL PASCOLO

Un cacciatore incontrò un pastore che faceva pascolare le proprie pecore e gli chiese: "Quante pecore hai?" Il pastore gli rispose: "Ne ho più di 500 e meno di 600 e se le divido in gruppi di 10, o di 9, o di 12, ottengo sempre lo stesso resto, 7". Quante erano le pecore di quel pastore?

## 3. LA SCUOLA DEL MAESTRO

Policrate, Re dell'Isola di Samo, chiese a Pitagora quanti alunni avesse. Il maestro gli rispose: "la metà studia matematica; un settimo si esercita nella meditazione e nel silenzio, la metà della metà studia natura e, inoltre, ci sono tre allieve donne." Quanti alunni maschi aveva Pitagora?

## 4. IL GIOCO DELLE TRE CARTE

Le 3 carte J, Q, K vengono messe a caso in 3 scatole numerate con 1, 2, 3 (una per scatola). Successivamente le 3 scatole vengono poste a caso di fronte ad un osservatore. Si sa che:

- la scatola numero 2 sta a sinistra della scatola numero 3;
- la carta Q sta a sinistra della carta J;
- la scatola 1 sta a destra della carta K;
- la carta J non sta nella scatola 1.

Determinare la disposizione delle scatole e delle carte al loro interno.

Nella risposta indicare, da sinistra verso destra: il numero della scatola a sinistra, il numero della scatola centrale, il numero della scatola che contiene la carta J, il numero della scatola che contiene la carta Q.

## 5. UNA TORTA PER CINQUE

Stefano ed i suoi 4 fratelli compiono tutti gli anni il 21 marzo, ma sono nati tutti in anni diversi. Moltiplicando tra di loro i 4 numeri che rappresentano le differenze d'età (intese sempre come positive) tra Stefano ed i suoi fratelli, si ottiene 25. Sapendo che Stefano è nato nel 1996, determinare la somma dei 5 anni in cui sono nati Stefano ed i suoi 4 fratelli.

## 6. CANCELLA IL DEBITO

Secondo gli ultimi dati, per pagare il debito pubblico dell'Italia, ciascuno dei 60 milioni di italiani dovrebbe sborsare 8 mila euro. Un ricchissimo straniero si è offerto di coprire da solo questa stratosferica cifra, pagando in contanti con una pila di banconote da 10 dollari.

Sapendo che al cambio attuale un dollaro vale 80 centesimi di euro, e che una pila di 100 banconote da 10 dollari è alta un centimetro e mezzo, determinare quanti km sarà alta la pila del misterioso benefattore.

## 7. UN TERRENO ADDITIVO

Per costruire la sua futura sede, il Comune ha acquistato un terreno la cui forma, vista dall'alto, ricorda il simbolo + ottenuto affiancando opportunamente 5 quadrati uguali, il cui lato misura un numero intero di metri. L'area del terreno è superiore a  $5500 \text{ m}^2$ , ma inferiore a  $6000 \text{ m}^2$ . Determinare la lunghezza in metri del perimetro del terreno.

## 8. COMBINAZIONE GEOMETRICA

Una cassaforte a muro ha una manopola a forma di pentagono regolare. Il centro del pentagono è unito con i vertici, in modo da suddividere idealmente la manopola in 5 triangoli, di cui 4 argentati e uno dorato. Quando la cassaforte è chiusa, la manopola deve essere disposta in modo tale da avere il triangolo dorato in basso, con la base orizzontale. Per aprire la cassaforte, occorre ruotare la manopola in senso antiorario per meno di un giro, finché il pentagono non apparirà con un lato in alto disposto orizzontalmente, ed il triangolo dorato a sinistra nella parte alta. Determinare di quanti gradi occorre ruotare la manopola per aprire la cassaforte.

### 9. Numeri . . . speciali.

Quanti sono i numeri compresi fra 1000 e 9999 e che hanno le cifre tutte diverse?

### 10. SIAMO SEMPRE DI PIÙ

Alla prima edizione della gara a squadre, svoltasi il 30 Aprile 2011, hanno assistito 49 spettatori, la somma delle cui età era curiosamente 2011. L'edizione successiva, svoltasi il 28 Aprile 2012, è stata seguita da 56 spettatori, in tutto o in parte diversi dai precedenti, la somma delle cui età era curiosamente 2012.

Quest'anno si prevede che ci saranno nel pubblico tutti e soli quelli che hanno assistito ad almeno una delle edizioni precedenti. Determinare quanto potrà valere, al massimo, la somma delle età degli spettatori presenti quest'anno.

### 11. BUROCRAZIA

Presso un ufficio sono stati assunti 2 impiegati il cui unico compito è di timbrare una montagna di buste!

Il primo arriva in ufficio alle 9:00 ed inizia il suo lavoro, al ritmo di 30 buste ogni 2 minuti. Il secondo arriva un'ora dopo, ed inizia anche lui a timbrare, al ritmo di 50 buste ogni 3 minuti. Lavorando senza pause, il primo impiegato termina il suo lavoro alle 13:00. Anche il secondo lavoratore non fa pause, ed ha da timbrare lo stesso numero di buste del primo.

Determinare a che ora finirà il secondo impiegato. Nella risposta si utilizzino le 2 cifre a sinistra per indicare le ore (nel formato da 00 a 23) e le rimanenti per indicare i minuti.

### 12. Le radio-boe 1

Per migliorare le comunicazioni con dei satelliti in orbita intorno alla terra, bisogna posizionare tre radioboie vicino ad un faro su un'isoletta. La prima deve stare, rispetto al faro, 3 km a est e 4 km a nord, la seconda 1900 metri a est e 2 km a sud, sempre rispetto al faro. Per permettere certi tipi di rice-trasmissione, la terza boa deve essere disposta in modo tale che le 3 boe siano i vertici di un triangolo isoscele. Tenendo conto di questi vincoli, i tecnici iniziano a discutere di quale sia la posizione migliore per la terza boa.

"Secondo me andrebbe piazzata sulla linea dei punti che stanno 1 km ad est del faro", osserva il primo tecnico.

"OK, ma purtroppo questa condizione non è sufficiente per determinare univocamente la posizione della terza boa", afferma un suo collega, dai trascorsi matematici.

Determinare quante sono, infatti, le diverse posizioni in cui può essere messa la terza boa.

### 13. UN CLIENTE ESIGENTE

In una mensa, il cuoco non ha a disposizione orologi o timer ma solo due clessidre da 7 e 4 minuti rispettivamente, le quali possono essere girate solo quando la sabbia è passata tutta dalla stessa parte. Il Grande Capo arriva alle 7:55, e, come ogni mattina, per colazione esige un uovo cotto esattamente 9 minuti.

Sapendo che il cuoco sa gestire al meglio le sue clessidre, determinare a che ora l'uovo potrà essere servito dopo una cottura di 9 minuti esatti. Nella risposta si utilizzino le 2 cifre a sinistra per indicare le ore (nel formato da 00 a 23) e le rimanenti per indicare i minuti.

### 14. LA CENA SOCIALE

Roberto ha organizzato una pizza con i suoi 6 amici, e per questo ha prenotato un tavolo per 7 persone: un posto a capotavola e 3 posti su ciascuno dei lati lunghi. Giunto per primo in pizzeria, Roberto siede ovviamente a capotavola. Man mano che arrivano, gli altri siedono attorno a lui: i primi due si siedono ai suoi lati e, via via, gli altri si dispongono in modo da stare il più vicino possibile a Roberto. Sapendo che Daniele arriva sempre subito dopo Roberto, mentre Ilario e Luigi arrivano sempre per ultimi, determinare in quanti modi diversi gli amici di Roberto possono sedersi attorno al tavolo.

### 15. Chi sbaglia paga

Un salone quadrato di 18 metri di lato doveva essere pavimentata con piastrelle quadrate bianche e nere, la cui diagonale misura 30 cm. Le piastrelle andavano disposte a scacchiera e in diagonale (a  $45^\circ$ ) rispetto alle pareti, in modo che il centro della stanza fosse il vertice di 4 piastrelle. Poiché le piastrelle nere sono risultate estremamente difficili da tagliare, la ditta esecutrice ha deciso di sostituire le piastrelle nere che avrebbero dovuto essere tagliate, con delle piastrelle rosse. Alla fine dei lavori, il proprietario ha giudicato il risultato antiestetico e, dopo un lungo contenzioso legale, la ditta è stata condannata a pagare una penale di 10 centesimi di euro per ogni centimetro quadrato di piastrella rossa presente sul pavimento. Determinare a quanti euro ammonta la penale.

### 16. INVITI GOLOSI

Una gara a squadre dell'anno scorso si è conclusa con una grande festa. Il numero delle ragazze partecipanti è stato maggiore di quello dei ragazzi, ma minore del doppio del numero dei ragazzi. All'inizio, per rompere il ghiaccio, ogni ragazza ha regalato un cioccolatino ad ogni ragazzo che lei conosceva, poi ogni ragazzo ha regalato un cioccolatino ad ogni ragazza che lui **non** conosceva. Chiunque ha ricevuto dei cioccolatini li ha mangiati immediatamente. Sapendo che in tutto sono stati mangiati 770 cioccolatini, determinare quante ragazze e quanti ragazzi hanno partecipato alla festa.

Si supponga che la conoscenza sia simmetrica, cioè che se A conosce B, allora B conosce A.

Nella risposta si usino le 2 cifre di sinistra per indicare il numero di ragazze e le 2 cifre di destra per indicare il numero di ragazzi.

### 17. I satelliti

Sono stati lanciati 2 satelliti, che ora ruotano intorno alla terra seguendo, nello stesso verso, 2 orbite circolari complanari di raggio differente. Il primo satellite impiega 3 ore per compiere una rivoluzione completa, il secondo impiega 3 ore e 20 minuti. Al centro di controllo osservano che, allo scoccare della mezzanotte di un certo giorno, i 2 satelliti si trovano alla minima distanza l'uno dall'altro. Determinare a che ora si troveranno per la prima volta alla massima distanza (tutti gli orari sono riferiti al fuso orario del centro di controllo). Nella risposta si utilizzino le 2 cifre a sinistra per indicare le ore (nel formato da 00 a 23) e le rimanenti per indicare i minuti.

### 18. Square Boulevard

Le autorità hanno deciso di rinnovare la pavimentazione di un grande boulevard arricchendola con un particolare motivo ornamentale, così composto: prima un quadrato di 1dm di lato, poi proseguendo uno di 2dm di lato, quindi uno di 3dm di lato, e così via fino all'ultimo quadrato, il cui lato sarà di ben 10 metri. I quadrati dovranno essere tutti di colori diversi, e ciascuno dovrà essere composto a mosaico, usando tessere quadrate dello stesso colore di 1dm di lato. Purtroppo le tessere dei vari colori, molto preziose, vengono vendute in confezioni da 9, per cui, anche gestendo bene gli acquisti, alla fine parecchie tessere avanzeranno. Determinare, quindi, il numero di tessere che resteranno inutilizzate.

### 19. Equidistribuzione

Tre rette tracciate opportunamente dividono un cerchio in 7 regioni. Si vuole ora piazzare in ogni regione un intero tra 1 e 7, in modo da usarli tutti una e una sola volta, ed in modo che per ogni retta la somma dei numeri nei due semipiani da essa delimitati sia la stessa. Determinare quali interi possono venirsi a trovare nel triangolo centrale. Nella risposta indicare tali interi in ordine crescente, da sinistra verso destra. Se sono più di 4, indicare solo i 4 più piccoli; se sono meno di 4, completare le caselle rimanenti a destra con degli zeri.

### 20. Scansafatiche . . . aleatori

Un professore, volendo sbrigarsela in poco tempo, fa degli esami molto sommari. Egli pone allo studente una domanda la cui risposta può essere solo "Vero" o "Falso": se lo studente risponde esattamente, ha superato l'esame, altrimenti no. Due amici, per risparmiare tempo pure loro, decidono di presentarsi al primo esame completamente impreparati, provando a rispondere a caso; chi non passa, tornerà per un secondo tentativo e poi una terza volta se occorre.

Determinare la probabilità che entrambi debbano tornare per il terzo tentativo.

Espressa la probabilità come frazione  $m/n$  irriducibile, indicare come risposta il risultato di:  $m + n$ .